

文章编号 1004-924X(2012)01-0197-07

求解粒子群粒度分布的改进 Projection 算法

葛宝臻*, 马云峰, 魏耀林

(天津大学 精密仪器与光电子工程学院 光电信息技术教育部重点实验室, 天津 300072)

摘要: 针对在激光粒度分布反演中由于迭代算法的迭代步长选取不当致使反演结果存在严重展宽和拖尾的问题, 提出一种调整迭代步长的方法应用于 Projection 算法来提高测量精度。该方法首先基于测距相似度原理得到光能分布列向量与光能系数矩阵行向量之间的相似度曲线, 经滤波和归一化处理后得到被测粒子群的预测粒度分布; 然后根据预测粒度分布结果确定迭代步长的大小。使用本文提出的改进 Projection 算法测量国家标准物质 GWB(E)120046 的 D50 误差为 -0.6% 、D10 误差为 -1.1% 、D90 误差为 -0.6% , 测量 GWB(E)120041 与 GWB(E)120049 混合标准物质的光能对数误差为 2.167。测量结果表明, 该算法可有效地提高算法的抗噪声能力、测量精度和分辨率。

关键词: 激光粒度仪; 粒度分布测量; Projection 算法; 迭代步长

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20122001.0197

Improved projection algorithm for measuring distribution of particle sizes

GE Bao-zhen*, MA Yun-feng, WEI Yao-lin

(Key Laboratory of Opto-electronics Information Technology of the Ministry of Education,
College of Precision Instruments and Opto-electronics Engineering,
Tianjin University, Tianjin 300072, China)

* Corresponding author, E-mail: ma_yunfeng851116@163.com

Abstract: In consideration of the serious size distribution broadening and tailing phenomena come from improper iterative steps in inversing laser particle size distribution, this paper presents a method to select the iterative step for Projection algorithms to improve measurement accuracy. Based on the similarity theory, this method obtains the similarity between the row vector of light energy distribution and the course quantity of light energy coefficient matrix. Then, it gets the predict distribution of particle size after filtering and normalized processing. Furthermore, according to the predicted result, the iteration step can be calculated. The measurement results for national standard particles GWB(E)120046 show that the measuring errors for D50, D10, and D90 are -0.6% , -1.1% and -0.6% , respectively, and the light energy logarithm error of mix standard particles GWB(E)120041 and GWB(E)120049 is 2.167. Results demonstrate that the algorithm can effectively improve noise immunity, measurement accuracy and resolution.

收稿日期: 2011-04-14; 修订日期: 2011-07-30.

基金项目: 国家自然科学基金科学仪器专项基金资助项目 (No. 60527002)

Key words: laser particle sizer; particle distribution measurement; projection algorithm; iterative step

1 引言

随着科学技术的发展,微小颗粒直径分布测量技术在许多领域都有重要应用,例如尘埃分析、工业领域中的燃烧控制及医学产品研制等,而光学测量方法有着实时、无接触、可重复的特点,因此受到广泛关注^[1]。

与其它颗粒粒度测试仪器相比,激光粒度仪具有测量范围宽、分析速度快、再现性好、可实现在线测量等特点,已成为颗粒测试应用最为广泛的仪器之一。现代激光粒度仪大多基于激光散射/衍射原理。当一束细的平行激光照射到待测颗粒上时,部分光能被散射/衍射,由于不同粒径的颗粒对同一波长激光的散射光能在光电探测器阵列上的分布不同,即可以根据实测的光能分布来逆推待测颗粒群的颗粒粒度分布。因此,对于激光粒度仪所获得光能分布进行反演算法的研究是改进其测量准确度的重要研究课题之一^[2]。

在激光粒度反演的数据处理算法中,无模式算法在反演前不对粒子群的分布函数做任何假设,测量结果更符合实际,目前被广泛应用。其中 Projection 算法^[3]是一种较早应用于粒度分布反演的迭代算法,它对理想数据的反演结果与实际分布比较相符,但是该算法对噪声比较敏感,在实际测量中存在较大误差^[4]。文献^[5]对 Projection 算法的迭代步长进行改进,引入下降步长调整因子,该步长调整因子随着迭代次数的增加逐渐减小。文献^[4]提出引入渐变步长调整因子的 Projection 算法,该步长调整因子随着迭代向量维数的增加而逐渐减小。Francisco Pedocchi 在文献^[6]中提出的调整因子是在下降步长调整因子的基础上增加一个指数项,该调整因子随着迭代次数的增加,变化速度较下降步长调整因子明显趋缓。

上述 3 种步长调整因子在实际测量中不同程度的改善了 Projection 算法的反演精度和抗噪声能力,但是由于其选取具有主观性,导致算法在反

演时有一定的条件和范围的限制^[7]。如反演算法只对某些粒径范围内的粒子比较适用,对其它粒径区间的粒子的反演结果会出现不同程度的展宽和拖尾现象。因此,在粒度测试前如果能够预先知道被测粒子群的大致粒度分布形式和粒径区间,根据得到的结果选择适合的迭代步长,则可在可测粒径区间内较为准确地测量粒子群的粒度分布。本文提出的改进 Projection 算法是在原 Projection 算法的基础上引入一个基于被测粒子群预测粒度分布的步长调整因子,使得迭代结果能够充分收敛,反演得到的粒度分布与实际更相符。

2 原理

2.1 被测粒子群粒度分布预测方法

已知粒子群衍射光能量写成方程组的形式可表示为:

$$\begin{aligned} E_1 &= T_{1,1}W_1 + T_{2,1}W_2 + T_{3,1}W_3 + \cdots + T_{n,1}W_n \\ E_2 &= T_{1,2}W_1 + T_{2,2}W_2 + T_{3,2}W_3 + \cdots + T_{n,2}W_n \\ &\quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ E_n &= T_{1,n}W_1 + T_{2,n}W_2 + T_{3,n}W_3 + \cdots + T_{n,n}W_n \end{aligned} \quad (1)$$

式中 E_j 为探测器第 j 环的光能量; W_i 为第 i 个粒径区间内粒子的重量百分比; $T_i (T_{i,1}, T_{i,2}, \dots, T_{i,n})$ 为光能分布系数矩阵 T 的第 i 行向量,它的物理意义为粒径在第 i 个粒径区间内的颗粒群产生的衍射光落在光电探测器各环上的光能量。由式(1)可知光能分布列向量 E_j 与光能分布系数矩阵行向量 T_i 之间的关系,即光能分布列向量 E_j 是由分布于 n 个粒径区间的粒子产生的衍射光经探测器接收后通过叠加运算得到的。 W_i 的数值越大,表明探测器接收到第 i 个粒径区间的粒子产生的衍射光占衍射光总能量的比例越大,表现为 E_j 与 T_i 向量在分布形式上越相似。反之,则表现为两向量在分布形式上差异越大。因此,可以通过求光能分布列向量 E_j 与光能系数矩阵的行向量 T_i 之间的相似度 s_i 来近似表示粒子群的粒度分布 W_i 。在众多相似度测度方法中,本文选

取了一种基于测距原理的相似度测度法^[8],计算公式如下:

$$d_i = \left(\sum_{j=1}^n |E_j - T_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \times \left[2 - \frac{\left| \sum_{j=1}^n (E_j - T_i) \right|}{\sum_{j=1}^n |E_j - T_i|} \right], \quad (2)$$

$$s_i = \frac{1}{1 + d_i}, \quad i=1, 2 \dots n. \quad (3)$$

该测距方法是在求经典欧式距离^[8]的基础上,利用差值与绝对值的性质,同时考虑了向量间各维差值绝对值的和与向量间各维差值的具体特征,因此具有比传统方法更高的精度^[9]。

2.2 迭代步长的选取方法

在已知被测粒子群的光能列向量 E_j 和光能分布系数矩阵的行向量 T_i 的条件下,由公式(2)和公式(3)可近似得到上述两向量的相似度 s_i ,下面讨论如何根据上面得到的结果选择合适的迭代步长。

在可测粒径范围内,设各粒径区间内的颗粒均为单位重量,即 $W_1 = W_2 = \dots = W_n = 1$,则探测器各环上的衍射光能量为:

$$E_j = \sum_{i=1}^n T_i, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

对式(4)作归一化处理后可得:

$$\beta_j = \frac{E_j}{\max E},$$

$$j=1, 2, \dots, n \quad E=(E_1, E_2, \dots, E_n), \quad (5)$$

为归一化系数。根据公式^[10]

$$\frac{\pi DS}{\lambda f} = 1.357 \quad (6)$$

式中 λ 为激光器波长, f 为透镜焦距, D 为颗粒粒径, S 为探测器半径,本文使用的激光器为氦氖激光器,透镜焦距为 300 mm,探测器是本实验室研制的 32 环硅光电探测器。在已知探测器内外环半径的条件下,可由公式(6)计算 32 个粒径区间所对应的颗粒粒径测量范围,如表 1 所示。

当粒子群的粒度分布为 $W_1 = W_2 = \dots = W_{32} = 1$ 时,即粒子群的粒径分布在表 1 所示的 32 个粒径区间,且每个粒径区间的粒子占粒子群的百分比均相同时,粒子群的衍射光能量归一化曲线如图 1 所示,图中横坐标为探测器环数,对应各个可测粒径区间,纵坐标为探测器接收到各粒径区间粒子衍射光能量的归一化系数。

表 1 32 个粒径区间所对应的颗粒粒径测量范围

Tab.1 Particle size measurement range corresponding to 32 particle size ranges

尺寸段/ μm		尺寸段/ μm		尺寸段/ μm	
5.4	6.1	17.0	18.6	47.7	53.7
6.1	6.8	18.6	20.3	53.7	61.1
6.8	7.6	20.3	22.1	61.1	70.2
7.6	8.5	22.1	24.1	70.2	82.1
8.5	9.4	24.1	26.3	82.1	98.0
9.4	10.5	26.3	28.8	98.0	120.6
10.5	11.6	28.8	31.6	120.6	155.8
11.6	12.8	31.6	34.8	155.8	218.1
12.8	14.1	34.8	38.5	218.1	360.3
14.1	15.5	38.5	42.7	360.3	592.0
15.5	17.0	42.7	47.7		

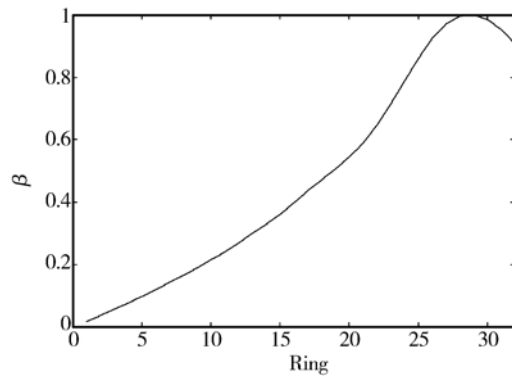


图 1 各粒径区间均为单位重量的粒子群衍射光能量归一化曲线

Fig.1 Normalized diffraction light energies of particles which the weight of each size ranges is unit

由于某一粒径的颗粒只对特定的探测环上光能值贡献最大,从图 1 可以看出,探测器各环上的衍射光能量值差别较大。在激光粒度测试中,噪声与被测粒子的大小及分布形式是无关的,即各探测环的噪声功率是一致的^[11]。

在测量过程中为了有效地均衡噪声对各粒径区间粒子衍射光能的影响,本文提出一种调整迭代步长的方法,即根据粒子群的预测粒度分布与衍射光能量归一化系数的乘积作为调整因子,该调整因子 α 的表达式如下:

$$\alpha = \sum_{i=1}^n \beta_i s_i. \quad (7)$$

使用本文所提出的改进步长调整因子的

Projection 算法的表达式为:

$$W^{(k+1)} = W^{(k)} - \alpha \frac{[W^{(k)} \times T_j - E_j]}{T_j \times T_j} \times T_j, \quad (8)$$

$$j=1, 2, \dots, n$$

式中 k 为迭代次数。

3 模拟实验

使用计算机模拟一个符合 R-R 分布, 特征参数为 $X=50 \mu\text{m}$, $N=5$ 的粒子群。由公式(2)和公式 3 可得到粒子群光能分布列向量 E_j 和光能分布系数矩阵的行向量 T_i 的相似度曲线, 如图 2 中的实线所示。图中横坐标为以对数形式表示的

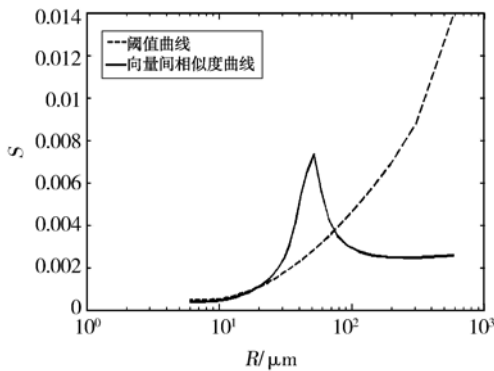


图 2 向量间相似度曲线与阈值曲线

Fig. 2 Curve of similarity of vectors and threshold curve

被测颗粒半径, 纵坐标表示向量间的相对相似度。由已知的特征参数 X 和 N 可得到粒子群的理论粒度分布曲线, 如图 3 中虚线所示, 图中纵坐标为不同粒径的颗粒占被测颗粒的质量百分比。比较上述两曲线可以看出, 相似度曲线与被测粒子群的实际粒度分布曲线差异很大, 需要设置一条阈值曲线来对相似度曲线进行修正, 使其比较真实地反映被测粒子群的粒度分布。本文将光能分布列向量 E_j 为 0 时的相似度曲线作为阈值曲线, 如图 2 中的虚线曲线所示。阈值曲线 LB_i 可表示为:

$$LB_i = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n |T_i| \times \left[2 - \frac{\left| \sum_{i=1}^n T_i \right|}{\sum_{i=1}^n |T_i|} \right]}, \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

使用公式(9)对图 2 中的相似度曲线(实线)滤波后, 还需进行归一化处理。归一化公式可表示为:

$$M_i = \frac{s_i - LB_i}{\sum_{i=1}^n (s_i - LB_i)} \times 100\%, \quad (10)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

当公式(10)中的 $s_i - LB_i < 0$ 时, 将 $s_i - LB_i$ 的值设为 0。

此时得到的 M_i 为被测粒子群的预测粒度分布, 如图 3 中的实线所示。图中横坐标为被测颗粒半径, 纵坐标表示被测粒子的重量百分比。从图 3 中可以看出, 预测粒度分布曲线可以比较准确的反映该粒子群的峰值粒径大小与粒度分布形式。

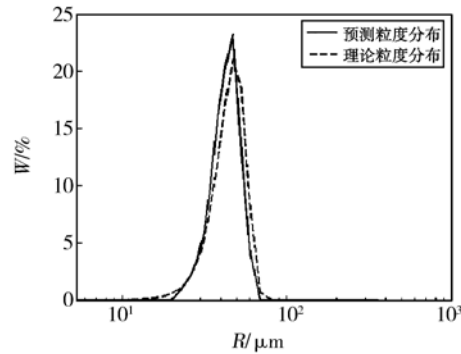


图 3 粒子群理论粒度分布曲线与预测粒度分布曲线比较图

Fig. 3 Theory curve of particle size distribution and predicted curve of particle size distribution

当被测粒子群的粒度分布为多峰分布时, 使用上述方法对粒子群的粒度分布进行预测会出现较大误差, 此时可以使用相似度方法首先确定粒子群的峰值粒径区间, 将预测混合粒子群的粒度分布问题转化为预测多个单峰分布粒子群的粒度分布问题, 最后将各个单峰分布结果相加即可得到被测混合粒子群的粒度分布。此方法解决了使用相似度方法预测粒度分布为多峰分布的粒子群时的不适用性。

使用计算机模拟一个符合 R-R 分布, 特征参数为 $X_1=20 \mu\text{m}$, $N=5$; $X_2=100 \mu\text{m}$, $N=5$ 的混合粒子群从图 4 中可以看出, 改进后的预测方法同样可以比较准确地反映粒子群的峰值粒径和分布形式。

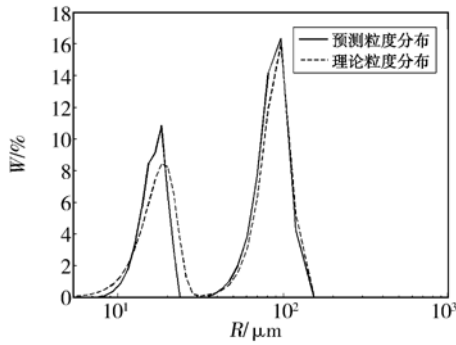
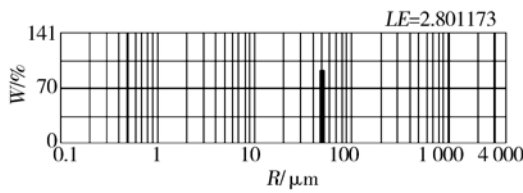


图 4 粒子群理论粒度分布曲线与预测粒度分布曲线比较图

Fig. 4 Theory curve of particle size distribution and predicted curve of particle size distribution

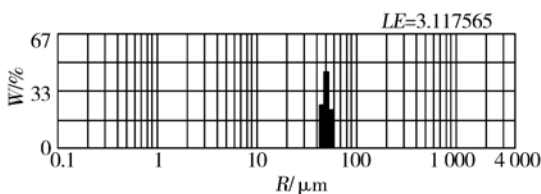
4 测量实验

为了验证改进 Projection 算法的测量精度,使用本实验室所研制的 LSA-III 型激光粒度仪对国家标准物质进行测量。其中 1# 样品为 GWB(E)120046 标准物质,图 5 为 3 种 Projection 算法(即本文提出的改进 Projection 算法,文献[4]提出的引入渐变细化因子的 Projection 算法和文献[6]提出的引入改进下降因子的 Projection 算法)对 1# 样品的反演结果。表 2 为 3 种 Projection 算法的测量结果。



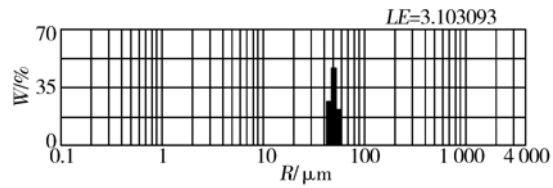
(a) 使用本文算法的反演结果

(a) Inversion results using proposed algorithm



(b) 使用文献[4]算法的反演结果

(b) Inversion results using algorithm proposed by reference[4]



(c) 使用文献[6]算法的反演结果

(c) Inversion results using the algorithm proposed by reference[6]

图 5 3 种 Projection 算法对 1# 样品的反演结果

Fig. 5 Inversion results of sample 1 by using three Projection algorithms.

表 2 3 种 Projection 算法的测量结果

Tab. 2 Measuring results of three Projection algorithms

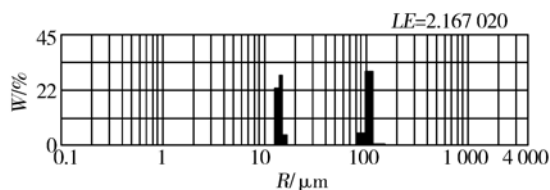
算 法	参 数			
	D50 / μm	D10 / μm	D90 / μm	
参考粒径	50.97	48.69	53.54	
本文算法	测量结果	50.68	48.14	53.22
	相对误差	-0.6%	-1.1%	-0.6%
文献[4]算法	测量结果	50.53	44.05	58.76
	相对误差	-0.9%	-9.5%	9.7%
文献[6]算法	测量结果	50.3	44.05	58.03
	相对误差	-1.3%	-9.5%	8.4%

从表 2 中可以看出,本文提出的改进 Projection 算法的 D50 误差最小,为 -0.6%,且表征分布宽度的 D10 与 D90 误差分别为 -1.1% 和 -0.6%,没有出现明显的展宽现象。而其余两种算法的 D50 误差分别为 -0.9% 和 -1.3%,测量精度略低于本文算法,但 D10 与 D90 误差较大,粒度分布出现明显的展宽效应。本文算法的测量结果符合国家质量监督检验检疫总局颁布的《激光粒度分析仪校准规范》^[12] 的要求。

2# 样品为 GWB(E)120041 与 GWB(E)

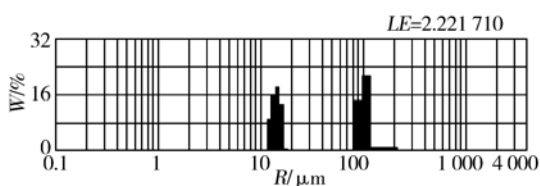
120049 的混合标准物质,混合比例为 1:1。

图 6 为 3 种 Projection 算法对 2# 样品的反演结果。对于多峰分布的混合粒子群,本文通过比较光能对数误差 $LE^{[13]}$ 的大小来衡量算法的测量精度。从图 6 可以看出,使用改进 Projection 算法的光能对数误差 LE 最小,为 2.167,且从图中可以明显看出使用引入渐变下降因子的 Projection 算法和引入改进下降因子的 Projection 算法较本文的改进 Projection 算法出现明显的展宽效应。



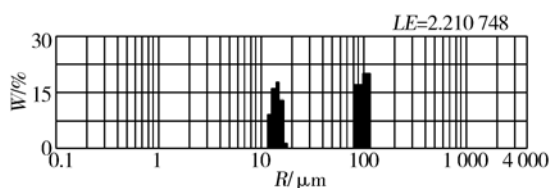
(a) 使用本文算法的反演结果

(a) Inversion results using proposed algorithm



(b) 使用文献[4]算法的反演结果

(b) Inversion results using algorithm proposed by reference[4]



(c) 使用文献[6]算法的反演结果

(c) Inversion results using algorithm proposed by reference[6]

图 6 3 种 Projection 算法对 2# 样品的反演结果

Fig. 6 Inversion results of sample 2 by using three Projection algorithms.

5 结 论

本文通过分析数据处理算法中的迭代步长对测量精度的影响,提出根据被测粒子群的预测粒度分布调整迭代步长来提高测量精度。对国家标准物质的测量结果表明,本文提出的改进 Projection 算法测量的 D_{50} 误差为 -0.6% 、 D_{10} 误差为 -1.1% 、 D_{90} 误差为 -0.6% ,测量混合标准物质的光能对数误差为 2.167。与其他两种 Projection 算法相比,可以较准确测量粒度分布为单峰分布粒子群和粒度分布为多峰分布的混合粒子群。同时使用该算法对粒子群的粒度分布进行反演时没有出现明显的展宽和拖尾现象,有效提高了算法的抗噪声能力和测量精度。

参考文献:

- [1] 杨福桂,王安廷,明海,等. 激光衍射粒径测量中的 Chin-Shifrin 反演算法[J]. 光学 精密工程, 2011, 19(2): 323-331.
YANG F G, WANG A T, MING H, et al.. Chin-Shifrin inversion algorithm for measuring particle size distribution by laser diffraction method [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(2): 323-331. (in Chinese)
- [2] 王燕民,陈琪星,潘志东. 激光粒度测量的综合反演及参数选择[J]. 光学 精密工程, 2009, 17(9): 2120-2127.
WANG Y M, CHEN Q X, PAN Z D. Hybrid inversion algorithm for laser scattering particle size analyzer and its parameter selection[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(9): 2120-2127. (in Chinese)

- [3] GE B ZH, WANG J P, ZHANG Y M. Study on the projection non-mode algorithm of laser particle size measurement [J]. *Chinese Journal of Laser*, 1998, B7(5): 430-438.
- [4] 栾志超. 激光粒度仪的无模式数据处理算法研究 [D]. 天津: 天津大学, 2005.
LUAN ZH CH. *The research of non-mode data processing algorithm of laser particle sizer* [D]. Tianjin: Tianjin University, 2005. (in Chinese)
- [5] WANG J P, XIE SH ZH, ZHANG Y M. Improved projection algorithm to invert forward scattered light for particle sizing [J]. *Optical Society of American*, 2001, 40(23): 3937-3945.
- [6] PEDOCCHI F, GARCIA M H. Noise-resolution trade-off in projection algorithms for laser diffraction particle sizing [J]. *Applied Optics*, 2006, 45(15): 3620-3628.

- [7] 葛宝臻,魏永杰,吕且妮. 基于分布宽度选取收敛阈值求解粒子尺度分布[J]. 光电子·激光,2007,18(11):1329-1332.
GE B ZH, WEI Y J, LV Q N. Study of invert particle size distribution by choosing convergence threshold based on distribution width[J]. *Optoelectronics · Laser*, 2007, 18(11): 1329-1332. (in Chinese)
- [8] 张宇,刘雨东,计钊. 向量相似度测度方法[J]. 声学技术,2009,28(4):532-536.
ZHANG Y, LIU Y D, JI ZH. Measurement of vector similarity [J]. *Acoustic Technology*, 2009, 28(4):532-536. (in Chinese)
- [9] 李中,苑津莎,杨宏. 一种向量间相似度的计算方法:中国,200910073836[P]. 2009.
LI ZH, YUAN J SH, YANG H. A method of calculating the similarity between vectors: China, 200910073836[P]. 2009. (in Chinese)
- [10] 王乃宁. 颗粒粒径的光学测量技术及应用[M]. 北京:原子能出版社,2000.
WANG N N. *Optical Measurement Technology and Application of Particle Size* [M]. Beijing: Atomic Energy Press, 2000. (in Chinese)
- [11] 魏永杰. 基于组合频谱技术的激光粒度仪研制[D],天津:天津大学,2008.
WEI Y J. *Research and development of laser particle sizers based on combined spectrum technology* [D]. Tianjin: Tianjin University, 2008. (in Chinese)
- [12] 国家质量监督检验检疫总局. 激光粒度分析仪校准规范[S]. 2009.
General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the PRC. Calibration Specification for Static Light Scattering Particle Size Analyse[S]. 2009. (in Chinese)
- [13] 王建萍. 激光粒度测试系统的模块化研究[D]. 天津:天津大学,1999.
WANG J P. *The modular laser particle test of the system* [D]. Tianjin: Tianjin University, 1999. (in Chinese)

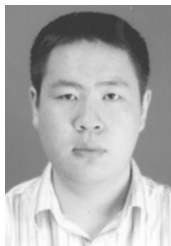
作者简介:



葛宝臻(1964—),男,内蒙古卓资人,博士,教授,博士生导师,1993年于天津大学获得博士学位,主要从事激光三维彩色数字化理论与技术、粒子场测量理论与技术和数字全息理论与应用等方面的研究。E-mail:gebz@tju.edu.cn



魏耀林(1951—),男,陕西扶风人,学士,高级工程师,1978年于天津大学精密仪器系光学仪器专业获得学士学位,现为精密仪器与光电子工程学院院长助理,主要从事光电精密仪器设计、测试与校正,光电技术应用的研究。E-mail:ylwei@tju.edu.cn



马云峰(1985—),男,天津人,硕士研究生,2008年于天津大学获得学士学位,主要从事粒子场理论与技术的研究。E-mail:ma_yunfeng851116@163.com